

*Ana  
Carlos Perquilhas*

INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR  
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA DE TOMAR

|              |                                 |                    |           |
|--------------|---------------------------------|--------------------|-----------|
| <b>CURSO</b> | Engenharia Química e Bioquímica | <b>ANO LECTIVO</b> | 2014/2015 |
|--------------|---------------------------------|--------------------|-----------|

| UNIDADE CURRICULAR | ANO | SEM | ECTS | HORAS TOTAIS | HORAS CONTACTO |
|--------------------|-----|-----|------|--------------|----------------|
| Álgebra Linear     | 1º  | 1º  | 5    | 135          | T 30; TP 30    |

|                 |   |
|-----------------|---|
| <b>DOCENTES</b> | Doutora Ana Nata (Professora Adjunta)<br>Mestre Carlos Perquilhas (Equiparado a Assistente do 2º Triénio) |
|-----------------|---|

### OBJETIVOS E COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER

Pretende-se que o aluno adquira conhecimentos sobre Álgebra Matricial com aplicação à discussão e resolução de sistemas de equações lineares, bem como de algumas noções de Determinantes, Espaços Vetoriais, Valores e Vetores Próprios e Geometria Analítica (vide Conteúdos Programáticos). Tratam-se de áreas de interesse indiscutível nos mais variados ramos de Engenharia e, em particular, no curso em questão.

No final desta unidade curricular, o aluno deverá ser capaz de:

- a) utilizar técnicas matriciais e vetoriais em diversas aplicações;
- b) discutir e resolver sistemas de equações lineares, utilizando diversas técnicas;
- c) operar com matrizes;
- d) calcular, usar propriedades e aplicações dos determinantes;
- e) compreender a noção de (sub)espaço vetorial e utilizar de técnicas vetoriais na resolução de problemas;
- f) definir produtos internos em espaços vetoriais e discutir as suas propriedades;
- g) definir e determinar valores e vetores próprios de matrizes;
- h) discutir diagonalização de matrizes;
- i) definir e identificar geométrica e analiticamente retas e planos, assim como a sua posição relativa e o cálculo de distâncias;
- j) desenvolver o raciocínio matemático, lógico, analítico e crítico que permita a criação de autonomia na aprendizagem para a resolução de problemas no âmbito do curso em questão.

### CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS

#### 1. Matrizes e sistemas de equações lineares

- 1.1. Noções gerais e notação. Alguns tipos particulares de matrizes;
- 1.2. Operações com matrizes e propriedades dessas operações;
- 1.3. Operações elementares. Característica de uma matriz;

- 1.4. Sistemas de equações lineares:
  - 1.4.1. Representação matricial de um sistema de equações lineares;
  - 1.4.2. Classificação e discussão de um sistema de equações lineares por recurso ao teorema de Rouché;
  - 1.4.3. Resolução de sistemas de equações lineares por recurso ao método de eliminação de Gauss-Jordan;
- 1.5. Inversão de matrizes:
  - 1.5.1. Matrizes singulares e não-singulares;
  - 1.5.2. Inversão de uma matriz não-singular por recurso ao método de Gauss-Jordan.

## **2. Determinantes e sua aplicação à determinação da solução de sistemas de equações lineares e à inversão de uma matriz quadrada**

- 2.1. Definição de determinante de uma matriz. Cálculo de determinantes de 2ª ordem;
- 2.2. Teorema de Laplace:
  - 2.2.1. Menor complementar e de complemento algébrico (ou cofactor) de um elemento de uma matriz quadrada;
  - 2.2.2. Cálculo do determinante de uma matriz quadrada por recurso ao teorema de Laplace;
- 2.3. Algumas propriedades dos determinantes;
- 2.4. Cálculo da inversa de uma matriz não-singular a partir da sua matriz adjunta;
- 2.5. Aplicação dos determinantes aos sistemas de equações lineares. Regra de Cramer.

## **3. Espaços vetoriais reais**

- 3.1. Introdução;
- 3.2. Definição e exemplos de espaços vetoriais;
- 3.3. Subespaços vetoriais;
- 3.4. Combinações lineares de vetores;
- 3.5. Expansão linear (subespaço gerado) de um conjunto de vetores;
- 3.6. Dependência/independência linear de vetores;
- 3.7. Bases e dimensão de um espaço vetorial;
- 3.8. Espaço-linha e espaço-coluna de uma matriz.

## **4. Valores próprios e vetores próprios. Aplicação à diagonalização de matrizes**

- 4.1. Valores e vetores próprios de matrizes: definições, polinómio característico e multiplicidade algébrica de um valor próprio;
- 4.2. Subespaço próprio associado a um valor próprio. Multiplicidade geométrica de um valor próprio;
- 4.3. Cálculo de valores e vetores próprios;
- 4.4. Propriedades dos valores próprios;
- 4.5. Matrizes diagonalizáveis; determinação de uma matriz diagonalizante e diagonalização de uma matriz.

## **5. Geometria Analítica**

- 5.1. Produto interno de vetores;
- 5.2. Produto externo e produto misto: aplicações ao cálculo da área de um paralelogramo e ao volume de um paralelepípedo;
- 5.3. Representação analítica da reta;
- 5.4. Representação analítica do plano;
- 5.5. Posição relativa de retas e planos;
- 5.6. Cálculo de distâncias.

## BIBLIOGRAFIA

### Bibliografia principal

- Bernard Kolman e David R. Hill, Introdução à Álgebra Linear com Aplicações, 8ª edição, Editora LTC, 2006  
ISBN: 85-216-1478-0
- Manuel Alberto M. Ferreira, Isabel Amaral, Álgebra Linear, 1º Vol., Matrizes e Determinantes, 7ª edição, Edições Sílabo, 2008  
ISBN: 978-972-618-397-6
- Manuel Alberto M. Ferreira, Isabel Amaral, Álgebra Linear, 2º Vol., Espaços Vectoriais e Geometria Analítica, 3ª edição, Edições Sílabo, 2009  
ISBN: 978-972-618-111-8
- Steven J. Leon, Linear Algebra with Applications, 8th edition, Pearson, 2009  
ISBN 978-0-13-600929-0

### Bibliografia complementar

- F. Dias Agudo, Introdução à Álgebra Linear e Geometria Analítica, Escola Editora, Lisboa, 1978
- S. Lipschutz, Álgebra Linear, Mcgraw-Hill, S. Paulo, 1972
- C. D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra, SIAM, Philadelphia, 2000
- C. Monteiro, G. Pinto, Álgebra Linear e Geometria Analítica, Problemas e Exercícios, Mcgraw-Hill, Lisboa, 1997
- W. Nicholson, Linear Algebra with Applications, PWS Publishing Company, Boston, 1995
- M. Noble, J. Daniel, Applied Linear Algebra, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1998
- M. R. Valença, Métodos Numéricos, Instituto Nacional de Investigação Científica, 1990
- H. Pina, Métodos Numéricos, McGraw-Hill, 1995
- R. Burden e J. Faires, Numerical Analysis, John Wiley & Sons, 1993

### Webgrafia

[www.e-learning.ipt.pt](http://www.e-learning.ipt.pt)

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Portal:Matem%C3%A1tica>

<http://www.bluebit.gr/matrix-calculator/>

## MÉTODOS DE AVALIAÇÃO

### Por frequência

A avaliação por frequência consiste na realização de duas provas escritas sem consulta, cada uma classificada de 0 a 10 valores. A classificação final (arredondada às unidades) será a soma das avaliações das duas provas escritas (notas não arredondadas). O aluno é dispensado de exame, ou seja, é aprovado por frequência, se obtiver uma classificação final superior ou igual a 10 valores e se obtiver pelo menos 3 valores em cada uma das duas provas escritas.

### Por Exame

Se o aluno foi admitido a exame, ou foi dispensado mas pretende melhorar a sua classificação, pode fazer o exame da época normal – uma prova escrita (classificada de 0 a 20 valores) cobrindo toda a matéria lecionada ao longo do semestre. Se, nesta prova, o aluno obtiver uma classificação superior ou igual a 10 valores, é aprovado.

Se o aluno reprovar no exame da época normal, pode propor-se ao exame da época de recurso – prova com as mesmas normas da época normal.

Os alunos com o estatuto de trabalhador-estudante poderão ainda propor-se a realizar mais um exame, que decorrerá em Setembro.

### Observações

Em qualquer uma das modalidades acima indicadas, os alunos cuja classificação final seja superior ou igual a 18 (dezoito) valores estão sujeitos a uma prova adicional (oral ou escrita) de defesa de nota de chamada única. Em caso de não comparência à referida prova, a classificação final do aluno será de 18 valores, sendo que na realização da mesma, o aluno tem assegurada a classificação mínima de 18 valores.

Refira-se ainda que:

- em todas as provas escritas só serão permitidas máquinas de calcular científicas elementares;
- todas as provas escritas serão sem consulta de quaisquer apontamentos e/ou livros;
- as respostas a lápis não serão consideradas;
- em todas as provas escritas é obrigatória a apresentação de um documento de identificação;
- durante o tempo de prestação da prova o aluno não se pode ausentar da sala. Em caso de extrema necessidade, o aluno deve sair acompanhado de um docente (vigilante);
- um aluno que pretenda desistir da prova deve declará-lo por escrito na folha de prova, mas só poderá abandonar a sala trinta minutos depois do início da mesma;
- sempre que haja alguma dúvida relativamente à resolução de uma prova, o aluno poderá ser chamado a efetuar um exame oral (chamada única).

*Ana Cristina Naves* *Carlos Filipe Perquilhas Baptista*